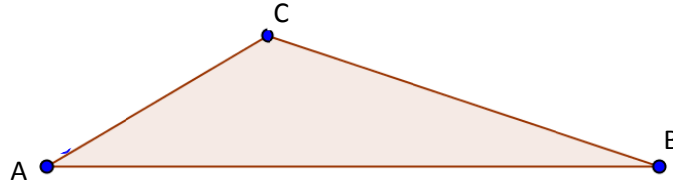
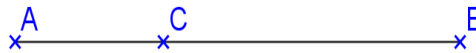


I- L'INEGALITE TRIANGULAIRE

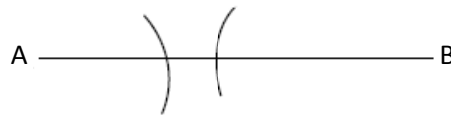
- ⇒ **Cas n°1** : construire un segment $[AB]$, puis un point C tel que : $AB = 6$ cm ; $AC = 3$ cm et $BC = 4$ cm.



- ⇒ **Cas n°2** : construire un segment $[AB]$, puis un point C tel que : $AB = 6$ cm ; $AC = 2$ cm et $BC = 4$ cm.



- ⇒ **Cas n°3** : construire un segment $[AB]$, puis un point C tel que : $AB = 6$ cm ; $AC = 2$ cm et $BC = 3$ cm.



⇒ **Conclusion :**

→ Les 3 points forment un triangle à condition que :

- o $AB < AC + BC$;
- et
- o $AC < AB + BC$;
- et
- o $BC < AB + AC$.

→ Les points A , B et C sont alignés dans le cas où :

- o $AB = AC + BC$ ($C \in [AB]$) ;
- ou
- o $AC = AB + BC$ ($B \in [AC]$) ;
- ou
- o $BC = AB + AC$ ($A \in [BC]$).

→ La figure est impossible à construire si :

- o $AB > AC + BC$;
- ou
- o $AC > AB + BC$;
- ou
- o $BC > AB + AC$.

Le plus court chemin entre 2 points est la ligne droite !

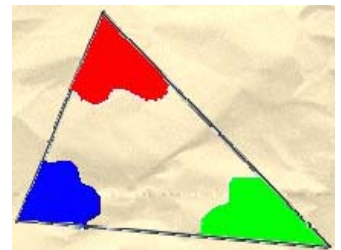
- ➡ **Propriété (admise)** : dans un triangle, la longueur de chaque côté est **inférieure à la somme** des longueurs des deux autres côtés, c'est l'inégalité triangulaire.
Lorsque la longueur d'un côté est égale à la somme des longueurs des deux autres côtés, on pourra dire que les trois points sont alignés.
- ☞ **Remarque** : cette propriété sert à prouver qu'on ne peut pas construire un triangle. En effet, pour vérifier que la construction est possible, on comparera le grand côté à la somme des deux autres.
- ☞ **Exemple** : peut-on construire le triangle EDF sachant que $ED = 1 \text{ cm}$, $EF = 1,5 \text{ cm}$ et $DF = 3 \text{ cm}$?
 - Le plus grand côté : $DF = 3 \text{ cm}$.
 - Somme des 2 autres côtés : $ED + EF = 2,5 \text{ cm}$.
 - On a : $DF > ED + EF$.
 - L'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée, donc on ne peut pas construire un tel triangle.

Applications : 1, 2, 3, 7 p. 167 ; 51 p. 172.

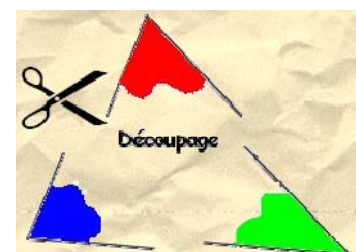
II- SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE

→ Activité à faire sur le cahier d'exercice (voir diapo).

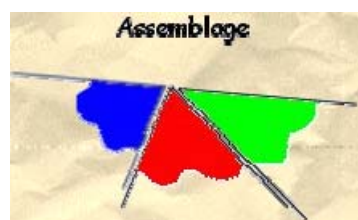
→ Colorier chaque angle du triangle d'une couleur différente.



→ Découper la figure en suivant les instructions.



→ Effectuer l'assemblage.

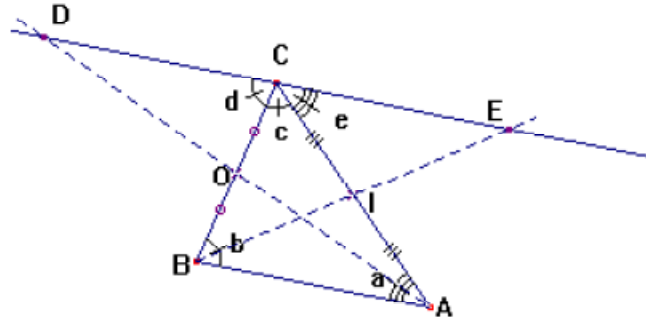


Constatation : la somme des angles d'un triangle semble égale à 180° .

⇒ **Démonstration :**

Soit un triangle ABC quelconque. On considère les milieux O et I des segments [BC] et [AC]

Le point D est le symétrique du point A par rapport à O et le point E est le symétrique du point B par rapport à I.



Etape 1

- La droite (CD) est parallèle à la droite (AB) car elles sont symétriques par rapport au point O.
 - La droite (CE) est parallèle à la droite (AB) car elles sont symétriques par rapport au point I.
- Deux droites parallèles à une même troisième sont parallèles entre elles, donc (DC) et (CE) sont parallèles et confondues. Comme ces deux droites passent par le même point et sont parallèles, c'est que les points D, C et E sont alignés. Les points D, C et E sont alignés donc, avec les notations de la figure, $\boxed{c + d + e = 180^\circ}$ (1)

Etape 2

- Les angles d et b sont symétriques par rapport à O, donc $\boxed{d = b}$.
- Les angles e et a sont symétriques par rapport à I, donc $\boxed{e = a}$.

Conclusion

En remplaçant d par b, puis e par a dans l'égalité (1), on obtient bien que $\boxed{a + b + c = 180^\circ}$. Cela signifie que la somme des mesures des trois angles d'un triangle est égale à 180° .

➡ **Propriété :** dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180° .

⇒ **Exemple :** construire un triangle, mesurer ces 3 angles et en faire la somme.

Applications : 6 à 11 p. 181 ; 26, 27 p. 183 p. 172.

III- LES TRIANGLES PARTICULIERS

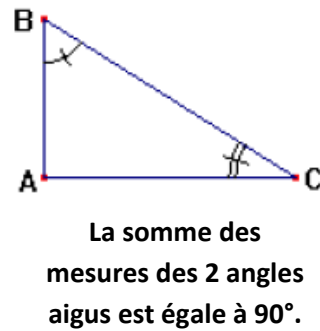
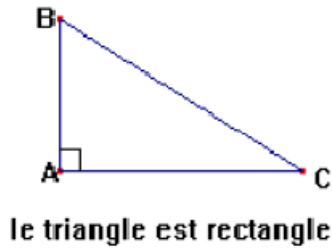
1. LE TRIANGLE RECTANGLE

⇒ **Rappel de la définition :** un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit.

- **Propriété** : si un triangle est rectangle, alors la somme des mesures des angles aigus est égale à 90° .

Démonstration :

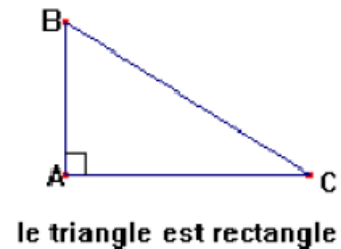
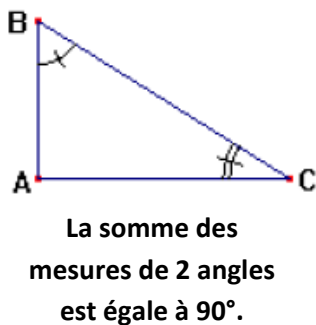
On considère par exemple un triangle ABC rectangle en A . Comme la somme des mesures des trois angles est égale à 180° et que l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 90° , la somme des deux autres angles mesurent $180 - 90$ degrés, soit 90° , c'est à dire qu'ils sont complémentaires.



- **Propriété réciproque** : si, dans un triangle, la somme des mesures de 2 angles est égale à 90° , alors ce triangle est rectangle.

Démonstration :

On considère par exemple un triangle ABC rectangle tel que $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$. Comme la somme des mesures des trois angles est égale à 180° , on a : $\widehat{BAC} = 180 - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 180 - 90 = 90$. Donc l'angle $\widehat{BAC}$ est droit et le triangle ABC est donc rectangle.

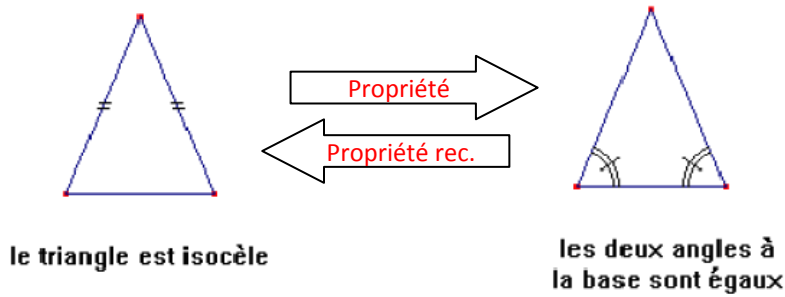


2. LE TRIANGLE ISOCELE

Vient du grec « iso » = égal et « skelos » = jambes.

- **Rappel de la définition** : un triangle isocèle est un triangle qui possède deux cotés isométriques (superposables...). Si ABC est un triangle isocèle en A , alors $AB = AC$.
- **Propriété** : si un triangle est isocèle, alors ces deux angles à la base sont égaux.

- ➡ **Propriété réciproque** : si un triangle a deux angles égaux, alors il est isocèle.

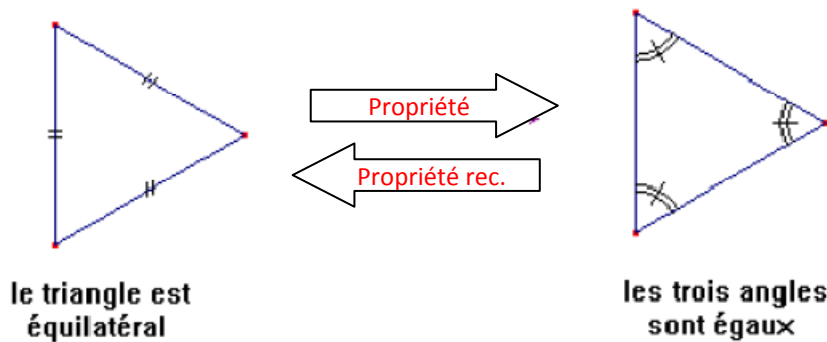


- ➡ **Application** : connaissant la mesure d'un angle d'un triangle isocèle, on peut déterminer les mesures des deux autres angles.

3. LE TRIANGLE EQUILATERAL

Vient du latin « équi » = égal
et « later » = coté.

- ➡ **Rappel de la définition** : un triangle équilatéral est un triangle qui possède trois cotés isométriques (de même longueur). Si ABC est un triangle équilatéral, alors $AB = AC = BC$.
- ➡ **Propriété** : si un triangle est équilatéral, alors ces trois angles sont égaux et mesurent 60° .
- ➡ **Propriété réciproque** : si un triangle a trois angles égaux, alors il est équilatéral.



Applications : 30, 35, 36 p. 184.

IV- CONSTRUCTION DE TRIANGLES

→ Coller le polycop.

Applications : 12, 13, 14 p. 182 ; 32, 33, 37 p. 184.

V- CERCLE CIRCONSCRIT A UN TRIANGLE

1. LA MEDIATRICE

Faire un rappel oral.

⇒ **Définition et construction** : revoir le cours n°2 (symétrie centrale).

➡ **Propriétés (admisses)** :

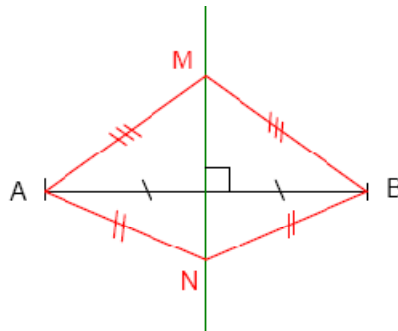
PROPRIETE :

SI un M est un point de la médiatrice de [AB],
ALORS M est équidistant (« à égale distance »)
de A et de B c'est à dire : $MA = MB$.

PROPRIETE RECIPROQUE :

SI un point M est équidistant de A et de B,
ALORS M se trouve sur la médiatrice de [AB].

⇒ **Exemple** : construire un segment [AB], puis construire sa médiatrice. Placer sur la médiatrice les points M et N de part et d'autre du segment.



$$MA = MB \text{ et } NA = NB$$

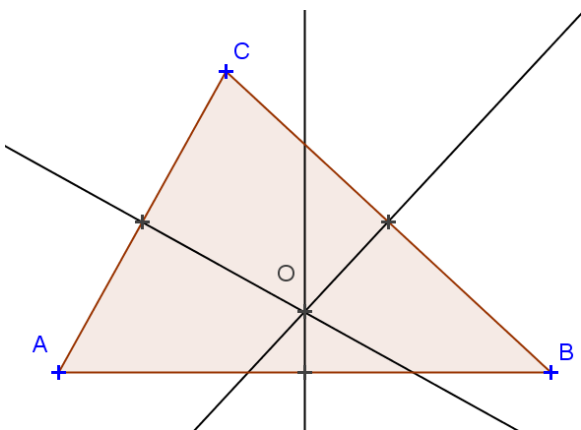
⇒ **Définition** : les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices des trois cotés du triangle.

2. CERCLE CIRCONSCRIT A UN TRIANGLE

⇒ **Activité 1 : construction**

- Construire le triangle ABC tel que : $AB = 5 \text{ cm}$; $AC = 3,5 \text{ cm}$ et $BC = 4,5 \text{ cm}$.
- Tracer les médiatrices du triangle.

→ Que remarque-t-on ?



Observation :

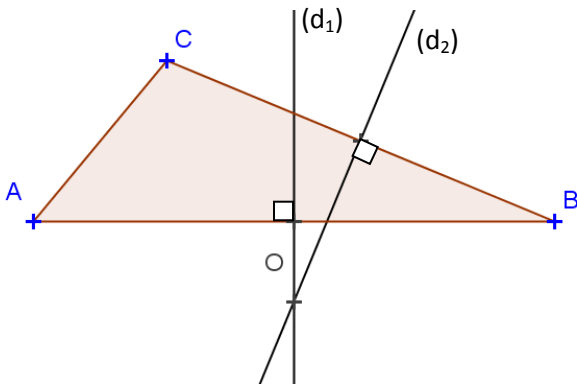
Les trois médiatrices du triangle ABC se coupent en un même point : O.

Conjecture :

On suppose que les médiatrices d'un triangle se coupent toujours en un même point.

⇒ **Activité 2 : démonstration de la conjecture.**

- Construire le triangle ABC tel que : $AB = 6 \text{ cm}$; $AC = 2 \text{ cm}$ et $BC = 4 \text{ cm}$.
- Tracer la droite (d_1) , médiatrice de $[AB]$ et la droite (d_2) , médiatrice de $[BC]$.
- O est le point d'intersection de (d_1) et (d_2) .



Objectif : démontrer que la médiatrice de $[AC]$, que l'on nommera (d_3) , va passer par O , tel que : $O \in (d_3)$.

→ $O \in (d_1)$ Prop. 1 $\Rightarrow OA = OB$

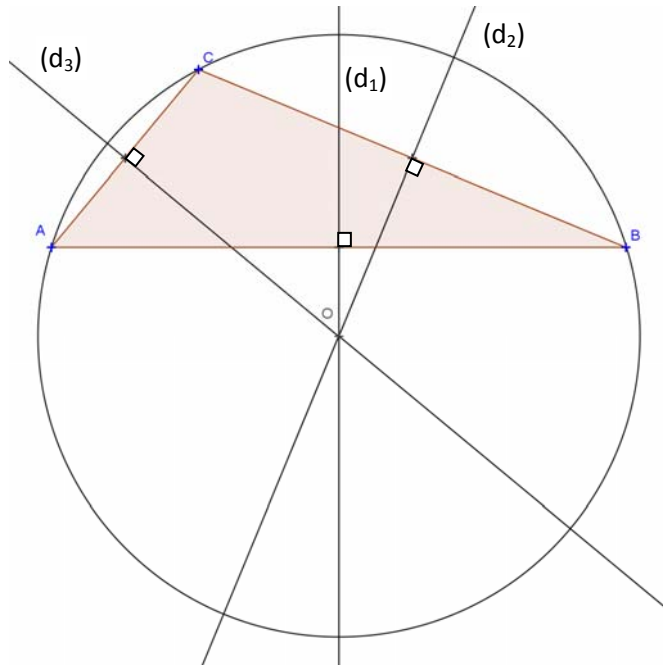
→ $O \in (d_2)$ Prop. 1 $\Rightarrow OB = OC$

→ $OA = OB$ et $OC = OB$ (aussi) ⇒ $OA = OC$

→ Si $OA = OC$ Prop. récip. 1 $\Rightarrow O \in \text{médiatrices de } [AC]$

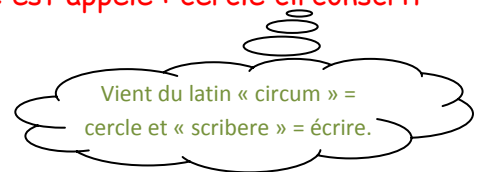
→ Donc : $O \in (d_3)$. (C.Q.F.D.)

Remarque : vu que nous avons l'égalité suivante : $OA = OB = OC$, O est le centre d'un cercle passant par les points A , B et C .



➡ **Définition 1** : lorsque 3 droites ou plus se coupent en un même point, on dit que ces droites sont **concurrentes**. Ce point est appelé **point de concours** des droites.

➡ **Définition 2** : le cercle passant par le sommet d'un triangle est appelé : **cercle circonscrit** du triangle.



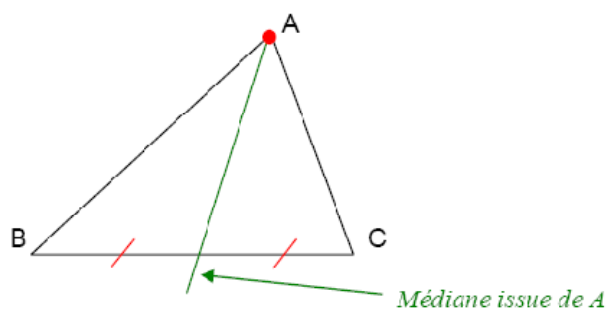
➡ **Théorème** : dans un triangle, les trois médiatrices sont concurrentes. Le point de concours est le centre du **cercle circonscrit** au triangle.

VI- AUTRES DROITES REMARQUABLES

1. MÉDIANES D'UN TRIANGLE

⇒ **Définition** : dans un triangle, la médiane issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et par le milieu du côté opposé.

⇒ **Exemple** :



2. HAUTEURS D'UN TRIANGLE

⇒ **Définition** : dans un triangle, la hauteur issue d'un sommet est la droite qui passe par ce sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

⇒ **Exemple** :

