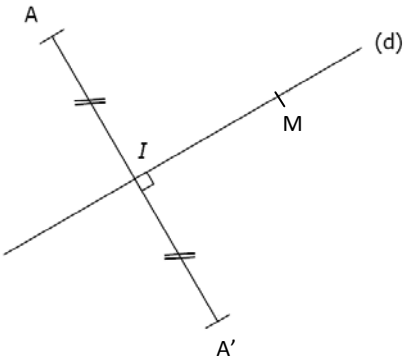
# Cours n°2 : SYMETRIE CENTRALE

## I) RAPPELS DE 6ème : LA SYMETRIE AXIALE

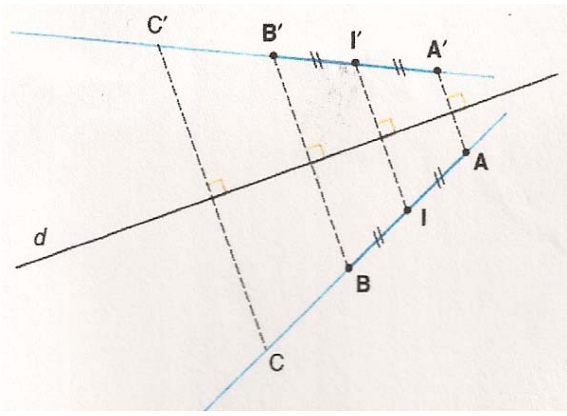
*Coller le polycop 1 sur le cahier.*

### 1. Symétrique d'un point par rapport à une droite




- ✓ A et A' sont symétriques par rapport à (d).
- ✓ Par définition, dire que A' est symétrique de A par rapport à (d) revient à dire que (d) est la médiatrice de [AA'].
- ✓ Dire que M est son propre symétrique revient à dire que M appartient à l'axe de symétrie (d).

### 2. Propriétés de la symétrie axiale

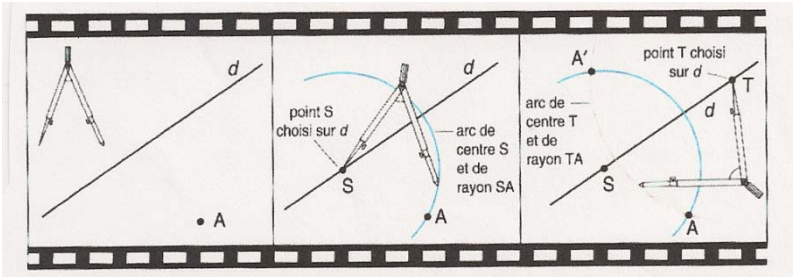



La symétrie axiale conserve les longueurs, les milieux et l'alignement. Ainsi, les points A', B', C', I' étant les symétriques des points A, B, C et I par rapport à la droite (d) :

- ✓ Le symétrique du segment [AB] est un segment [A'B'] de même longueur.
- ✓ Si I est le milieu du segment [AB], alors I' est le milieu du segment [A'B'].
- ✓ Si les points A, B, C sont alignés, alors les points A', B' et C' sont alignés.

De plus, la symétrie axiale conserve les angles, le parallélisme…
En résumé, deux figures symétriques par rapport à une droite sont superposables.

### 3. Construction du symétrique d'un point



## II) FIGURES SYMETRIQUES

### 1. Découverte

*Coller le polycop 2 sur le cahier.*

a) Construire la symétrique de la cocotte par rapport à la droite (d) puis la colorier en bleu.

➔ On dit que la figure bleue et la figure grise sont symétriques par rapport à la droite (d) (symétrie axiale).

b) Construire la symétrique de la cocotte par rapport à la droite (d') puis la colorier en rouge.

➔ On dit que la figure rouge et la figure grise sont symétriques par rapport à la droite (d) (symétrie axiale).

c) On va construire une nouvelle cocotte de la manière suivante :

On dit que la figure jaune et la figure grise sont symétriques par rapport au point O (symétrie centrale).

### 2. Définition

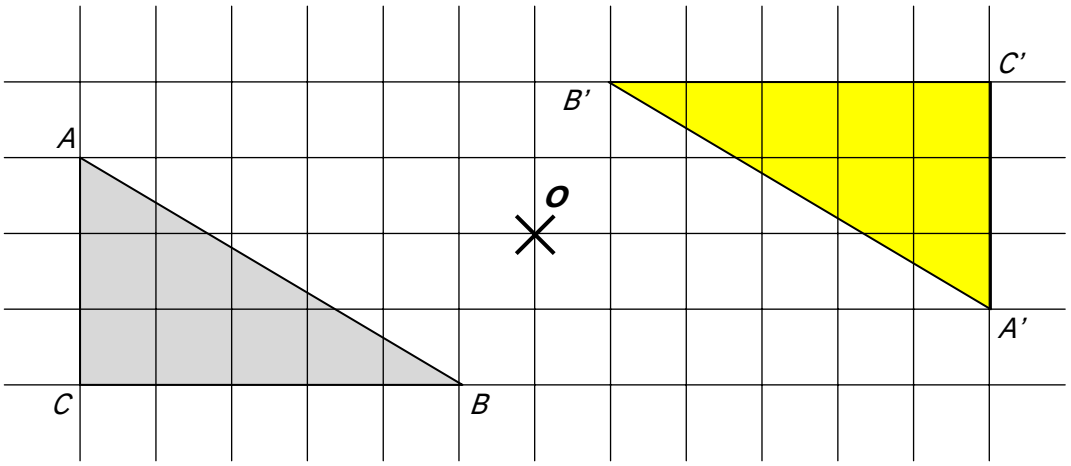
Une symétrie centrale est une symétrie autour d'un point. On applique une symétrie centrale en faisant faire un demi-tour à la figure, autour d'un point qui est appelé le **centre de symétrie**.

***EXEMPLE*** :

→ Construire le triangle rectangle ABC tel que : AC = 2,4 cm et CB = 4 cm.

→ Placer le point O tel que : AO = 4,7 cm et BO = 1,8 cm.

→ Construire le symétrique du triangle ABC autour du point O, on le nommera A'B'C'.



## III) SYMETRIQUE D'UN POINT PAR RAPPORT A UN POINT

❖ Sur la construction précédente nous pouvons observer :

→ Le symétrique de A par rapport à O est le point A', le point O étant le milieu du segment [AA'] . Tracer le segment [AA'].

→ Le symétrique de B par rapport à O est le point B', le point O étant le milieu du segment [BB']. Tracer le segment [BB'].

→ Le symétrique de C par rapport à O est le point C', le point O étant le milieu du segment [CC']. Tracer le segment [CC'].

❖ **Propriété** : M est un point distinct de O. Par la symétrie de centre O, le symétrique de M est le point M' tel que O soit le **milieu** du segment [MM'].

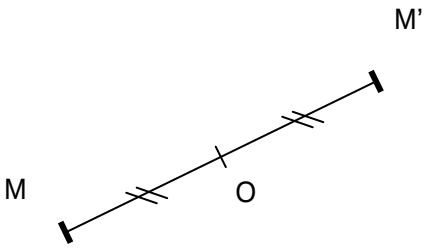
❖ ***Remarque*** : dans la symétrie de centre O, le symétrique de O est O.

❖ ***Construction du symétrique du point M par rapport à O :***

➔ Tracer la demi-droite [MO).

➔ Reporter à partir du point O la longueur MO, à l'aide d'un compas.

➔ L'arc de cercle tracé coupe la demi-droite [MO) en M'.




## IV) SYMETRIQUE D'UNE DROITE ; D'UN SEGMENT ; D'UNE DEMI-DROITE PAR RAPPORT A UN POINT

❖ ***Construction*** :

→ Placer dans le plan 2 points A et B.

→ Tracer la droite passant par ces 2 points, on la nommera (AB).

→ Placer le point I milieu du segment [AB].

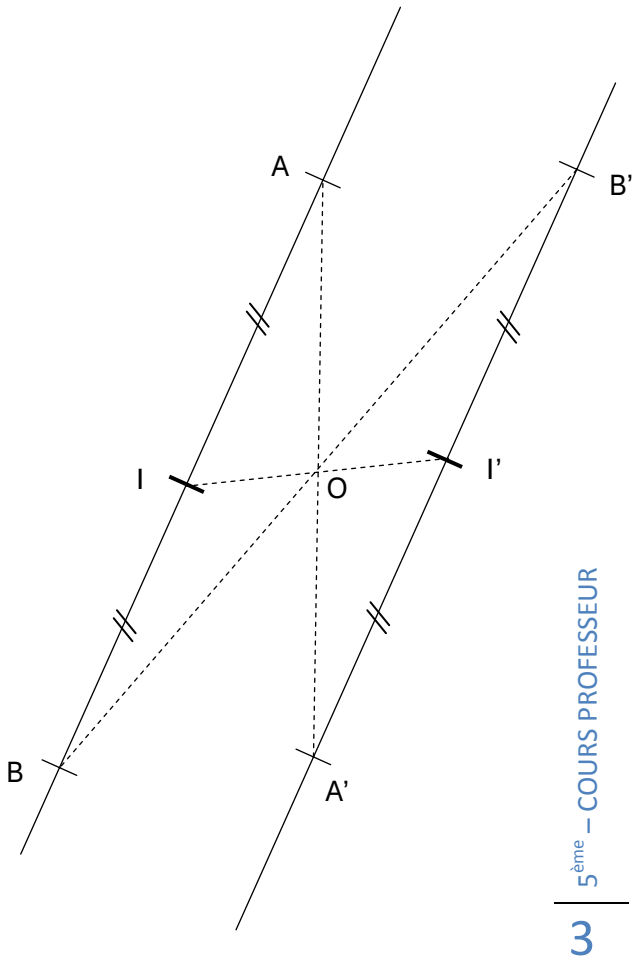
→ Positionner le point O à droite de (AB).

→ Construire les symétriques des points A, B et I par rapport à O. On les nommera A', B' et I'.

❖ ***Observations*** :

→ La droite (A'B') est parallèle à la droite (AB).

→ Le segment [A'B'] est de même longueur que le segment [AB].



→ I' est le milieu du segment [A'B'].

❖ ***Propriétés*** :

→ Dans une symétrie par rapport à un point, le symétrique d'une droite est une droite parallèle. L'alignement est conservé.

→ Dans une symétrie par rapport à un point, les longueurs sont conservées.

→ Dans une symétrie par rapport à un point, les milieux sont conservés.

→ Le symétrique d'une demi-droite par rapport à un point est une demi-droite parallèle de « sens contraire ».

## V) SYMETRIQUE D'UNE FIGURE PAR RAPPORT A UN POINT

### 1. Figure 1

❖ ***Construction*** :

→ Construire le triangle DEF ayant les dimensions suivantes : DE = 4cm ; EF = 3 cm ; FD = 6 cm.

→ Placer un point O à droite du triangle.

→ Construire les symétrique des points D, E et F par rapport à O. On les nommera D', E' et F'.

❖ ***Observations*** :

→ L'angle $\widehat{DEF}$ est égal à l'angle $\widehat{D'E'F'}$. (Mesurer au rapporteur.)

→ L'aire du triangle DEF est identique à celle du triangle D'E'F'.

❖ ***Propriétés*** :

→ Dans une symétrie par rapport à un point, il y a conservation des angles.

→ Dans une symétrie par rapport à un point, il y a conservation des périmètres et des aires.

### 2. Figure 2

❖ ***Construction*** :

→ Tracer un cercle ($\mathscr{C}$) de centre G et de rayon 3 cm.

→ Positionner un point sur ($\mathscr{C}$) qu'on appellera P.

→ Placer un point O en dehors de ($\mathscr{C}$).

→ Construire le symétrique de ($\mathscr{C}$) par rapport à O. Le cercle symétrique sera de centre G' et se nommera ($\mathscr{C}'$). Placer le symétrique de P par rapport à O, on le nommera P'.

❖ ***Observation*** :

→ Le rayon GP est égal au rayon G'P'.

❖ ***Propriétés*** :

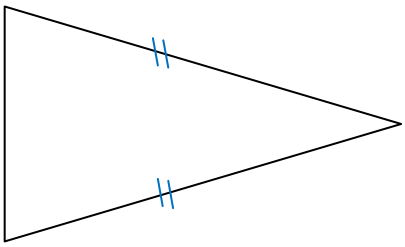
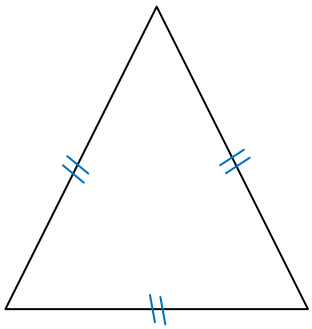
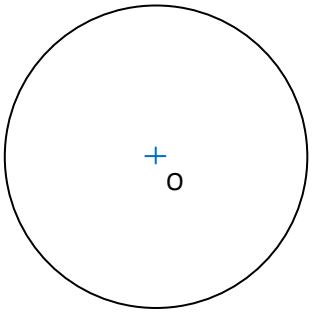
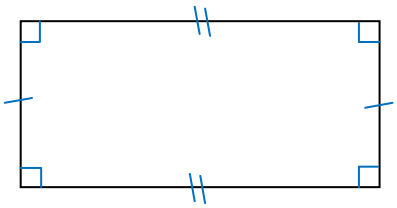
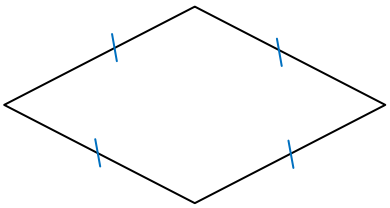
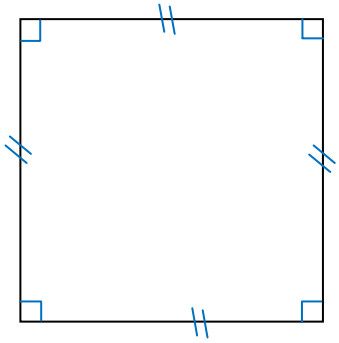
→ Le symétrique d'un cercle par rapport à un point, est un cercle de même rayon.

## VI) CENTRES ET AXES DE SYMETRIE D'UNE FIGURE

***Rappel*** : lorsqu'une figure se superpose à sa symétrique par rapport à O, on dit que O est le centre de symétrie de la figure.

*Coller le polycop 3 sur le cahier.*

Dans le tableau ci-dessous, indiquer le nom de la figure, tracer les axes de symétrie (s'il y en a), positionner les centres de symétrie (s'il y en a).

| | | |
|---|---|---|
| Figure 1 : triangle isocèle<br>  <br>Nombres d'axes de symétrie : 1<br>Nombres de centres de symétrie : 0 | Figure 2 : triangle équilatéral<br>  <br>Nombres d'axes de symétrie : 3<br>Nombres de centres de symétrie : 0 | Figure 3 : cercle de centre O<br>  <br><br>Nombres d'axes de symétrie : tous les diamètres<br>Nombres de centres de symétrie : 1 (O) |
| Figure 4 : rectangle<br>  <br>Nombres d'axes de symétrie : 2<br>Nombres de centres de symétrie : 1 | Figure 5 : losange<br>  <br>Nombres d'axes de symétrie : 2<br>Nombres de centres de symétrie : 1 | Figure 6 : carré<br>  <br>Nombres d'axes de symétrie : 4<br>Nombres de centres de symétrie : 1 |