- **<u>Fiche d'activités</u>** : activité 1 (vérification des acquis de 5ème)

I- <u>RACINE CARRÉE D'UN NOMBRE</u>

- ***<u>Rappel</u>*** : le carré d'un nombre s'obtient en multipliant ce nombre par lui-même.
  Soit a un nombre : $a^2 = a \times a$ (se lit « a au carré »).

⚠ : un « carré » est toujours positif.

La racine carrée sera vue en 3ème, mais elle est utile pour appliquer le théorème de Pythagore.

- Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

x^2 | $\sqrt{x}$

5	7	3,1	6	7	2,36	2,3
25	49	9,61	36	49	5,5696	5,29

Le nombre sur la seconde ligne est obtenu en faisant le carré du nombre sur la première ligne ($25 = 5^2$).
Le nombre sur la première ligne est obtenu en faisant la racine carré du nombre sur la seconde ligne ($5 = \sqrt{25}$).

- ***<u>Définition</u>*** : ***a*** est un nombre positif. Le nombre positif dont le carré est égal à ***a*** s'appelle la racine carrée de ***a*** et se note $\sqrt{a}$.

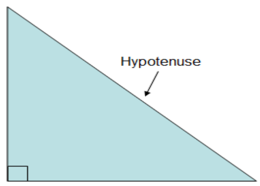
- ***<u>Exemple</u>*** : $32^2 = 1\,024$, donc : $\sqrt{1024} = 32$

- **<u>Fiche d'activités</u>** : activité 2 (carré et racine carrée d'un nombre)

II- <u>THEOREME DE PYTHAGORE</u>

- **<u>Fiche d'activités</u>** : activité 3 (triangle rectangle)

1) <u>Rappel</u>



- Dans un triangle rectangle le côté opposé à l'angle droit s'appelle : **l'hypoténuse** (c'est aussi le côté le plus long).

2) <u>Conjecture</u>

- **<u>Fiche d'activités</u>** : activité 4 (puzzle) et activité 5 (mesures et calculs).

- Pour savoir si c'est toujours vrai, on fait une démonstration.

- Il en existe de nombreuses, en voici quelques unes :

  Démonstration : http://www.palais-decouverte.fr/index.php?id=858

  Démonstration : http://www.mathkang.org/swf/pythagore.html

3) Théorème

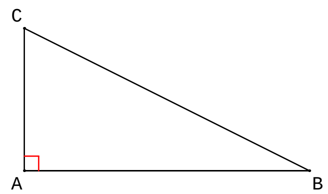
- ***Théorème*** : si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

- ***Exemple*** :

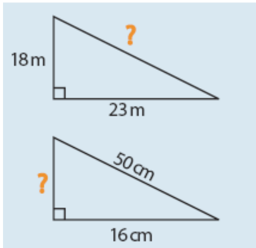
  Je sais que : ABC est un triangle rectangle en A.

  Propriété : théorème de Pythagore.

  Conclusion : $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

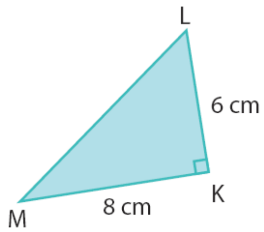


- ***Remarques*** :
  - → Le théorème de Pythagore ne s'applique que dans un triangle rectangle.
  - → Le théorème de Pythagore permet de calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant la longueur des deux autres.



- ***Méthode*** :

Pour calculer la longueur LM :



Le triangle LMK est rectangle en K.
D'après le théorème de Pythagore :

← *J'indique le triangle rectangle dans lequel on se place ainsi que la propriété que j'utilise.*

$LM^2 = LK^2 + MK^2$

← *J'écris l'égalité correspondant à la propriété de Pythagore en utilisant les lettres de la figure.*

$LM^2 = 6^2 + 8^2$

← *Je réécris l'égalité précédente en utilisant les valeurs données dans l'énoncé.*

$LM^2 = 36 + 64$

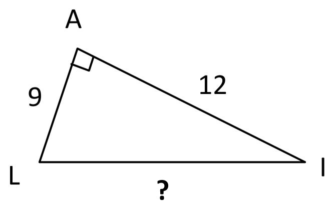
$LM^2 = 100$

D'où : LM = 10 cm

← *Je détermine le nombre positif LM dont on connaît le carré. Je sais qu'il y a deux nombres qui multipliés par eux même donnent 100 (10 et -10). Je cherche une longueur, donc un nombre positif. J'utilise si besoin la touche $\boxed{\sqrt{\ }}$ de la calculatrice.*

- **Application** : *calculer la longueur d'un côté connaissant les longueurs des deux autres côtés.*

Cas 1 : Hypoténuse ?



Le triangle ALI est rectangle en A
D'après le théorème de Pythagore :

$IL^2 = AI^2 + AL^2$

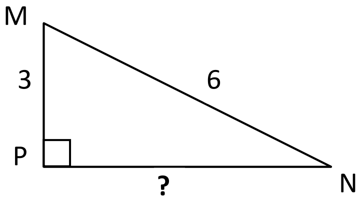
$IL^2 = 12^2 + 9^2$

$IL^2 = 144 + 81$

$IL^2 = 225$

donc $IL = \sqrt{225} = 15$ cm

Cas 2 : Un coté de l'angle droit ?



Le triangle MNP est rectangle en P
D'après le théorème de Pythagore :

$MN^2 = PM^2 + PN^2$

$6^2 = 3^2 + PN^2$

$36 = 9 + PN^2$

on a $PN^2 = 36 - 9$

$= 27$

donc $PN = \sqrt{27}$

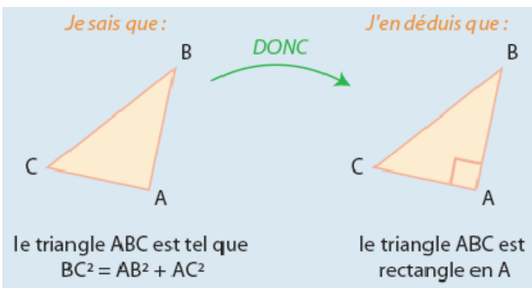
- ***Conséquence du théorème de Pythagore*** : dans un triangle, si le carré de la longueur du plus grand côté n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle n'est pas rectangle.

- ***Remarque*** : le théorème de Pythagore permet de calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle, mais aussi de démontrer qu'un triangle n'est pas un triangle rectangle.

III- RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE

- **Réciproque du théorème de Pythagore** : si le carré de la longueur de l'un des côtés d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors le triangle est rectangle et admet ce côté comme hypoténuse.

- ***Schématisation*** :



- *Remarque* : cette réciproque permet de prouver qu'un triangle est rectangle connaissant la longueur de ses trois côtés.

- *Méthode* :

	Le triangle ABC tel que : **AB = 8 cm BC = 15 cm AC = 17 cm** **est-il rectangle ?**	**Le triangle ABC tel que :** **AB = 5 cm BC = 12 cm AC = 11 cm** **est-il rectangle ?**
J'écris quel côté est le plus long.	Le côté le plus long est [AC].	Le côté le plus long est [BC].
*Je calcule **séparément** le carré du plus long côté et la somme des carrés des deux autres.*	$AC^2 = 17^2 = 289$ $AB^2 + BC^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$	$BC^2 = 12^2 = 144$ $AB^2 + AC^2 = 5^2 + 11^2 = 25 + 121 = 146$
Je compare les deux résultats obtenus et j'applique la bonne propriété.	$AC^2 = AB^2 + BC^2$ D'après la **réciproque** du théorème **de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle en B.	$BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ D'après le théorème **de Pythagore**, le triangle ABC n'est pas rectangle.

*Remarque : Comment faire pour savoir dans le cas de gauche que le triangle ABC est rectangle **en B** ?*
Comme : $AC^2 = AB^2 + BC^2$, l'hypoténuse est donc [AC]. Le triangle est donc rectangle en B car l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit.

- **Application** : *démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle*

Le triangle LMN de côtés LM = 4,5 cm, MN = 6 cm et LN = 4 cm est-il rectangle ?

- **Solution** :

on calcule :

- d'une part le carré du plus grand côté,
- d'autre part la somme des carrés des deux autres côtés, puis on compare les résultats obtenus

Dans le triangle LMN, [MN] est le plus grand côté et $MN^2 = 36$.

$LN^2 + LM^2 = 4^2 + (4,5)^2$

$LN^2 + LM^2 = 16 + 20,25$

$LN^2 + LM^2 = 36,25$

On constate que $36,25 \neq 36$, donc $LN^2 + LM^2 \neq MN^2$.

Donc, d'après le théorème de Pythagore le triangle LMN n'est pas rectangle.

Application : *démontrer qu'un triangle est rectangle*

Montrer que le triangle EFG tel que EF = 3 cm, EG = 4 cm et FG = 5 cm est rectangle.

Solution :

on calcule :

- d'une part le carré du plus grand côté,
- d'autre part la somme des carrés des deux autres côtés, puis on compare les résultats obtenus

Dans le triangle EFG, [FG] est le plus grand côté et $FG^2 = 5^2 = 25$.

$EG^2 + EF^2 = 4^2 + 3^2$

$EG^2 + EF^2 = 16 + 9$

$EG^2 + EF^2 = 25$

On compare les résultats obtenus : donc $FG^2 = EG^2 + EF^2$.

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle EFG est rectangle en E.

le coin des curieux

Pythagore était un philosophe et un mathématicien grec, né à la fin du 6e siècle avant J.-C., dans l'île de Samos, en mer Egée.

Après avoir été élève de Thalès, avoir beaucoup voyagé et s'être opposé au tyran qui régnait à Samos, Pythagore partit s'installer à Crotone (dans le Sud de l'actuelle Italie). Il y fonda une secte à la fois religieuse et scientifique.

Dans l'école Pythagoricienne, on étudiait la philosophie, les mathématiques, les sciences naturelles, la musique, l'astronomie.

La propriété de Pythagore semble connue des Babyloniens dès le XVIIIe siècle avant Jésus-Christ.

On dit que Pythagore aurait été le premier à la démontrer. On ne peut toutefois l'affirmer (son enseignement étant purement oral).