I- AGRANDISSEMENT ET REDUCTION

- ***Définition*** : on appelle agrandissement ou réduction d'une figure, la figure obtenue en multipliant toutes les longueurs de la figure initiale par un nombre strictement positif k. Le nombre k est appelé rapport d'agrandissement ou de réduction.
  - Si $k > 1$, il s'agit d'un agrandissement.
  - Si $0 < k < 1$, il s'agit d'une réduction.

- ***Propriété*** (*admise*) : lors d'un agrandissement ou d'une réduction, les mesures des angles sont conservés.

- Exemple 1 : construire le triangle ABC tel que : AB = 4 cm ; BC = 3 cm et AC = 2 cm. Construire ensuite le triangle A'B'C', agrandissement du triangle ABC de rapport 2.

- Remarque : le rapport d'agrandissement (ou de réduction) est aussi appelé coefficient d'agrandissement (ou de réduction).

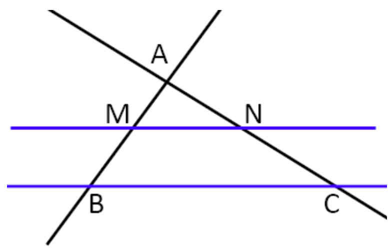
- Exemple 2 : on reprend l'énoncé de l'exemple 1. Mesurer l'angle $\widehat{BAC}$. Sans le mesurer, donner la mesure de l'angle $\widehat{B'A'C'}$.

II- LA PROPRIETE DE THALES

1) Configurations

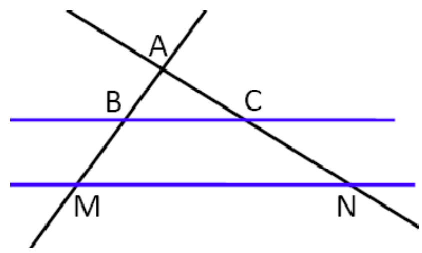
- *1^er^ cas* :

M ∈ [AB] ; N ∈ [AC] ; (MN) // (BC).
Le triangle ABC est un agrandissement du triangle AMN.



- *2^nd^ cas* :

M ∈ [AB) mais M ∉ [AB]
N ∈ [AC) mais N ∉ [AC].
(MN) // (BC).
Le triangle ABC est une réduction du triangle AMN.



2) Propriété

Propriété (*admise*) : si ABC et AMN sont deux triangles tels que M ∈ [AB], N ∈ [AN] et (MN) // (BC), alors les longueurs des côtés correspondants de ces deux triangles sont proportionnelles.

Remarque : on considère les configurations aux vues précédemment.
On associe deux à deux les longueurs des côtés des triangles ABC et AMN.

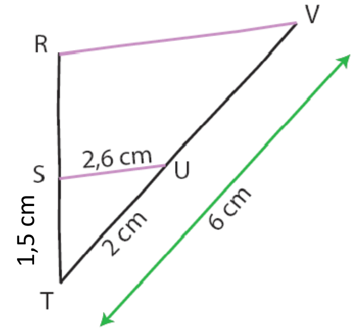
Longueurs des côtés de AMN	AM	AN	MN
Longueurs des côtés de ABC	AB	AC	BC

Ainsi, d'après la propriété précédente, les longueurs des côtés correspondants de ces deux triangles sont proportionnelles. Cela revient à dire qu'il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

Exemple : à l'aide de la figure représentée ci-dessous à main levée, compléter le tableau suivant.

Longueurs des côtés de TSU	TU	TS	SU
	2	1,5	2,6
Longueurs des côtés de RTV	6	4,5	7,8
	TV	TR	RV

x 1/3



(SU) // (RV)   S ∈ [TR]   U ∈ [TV]

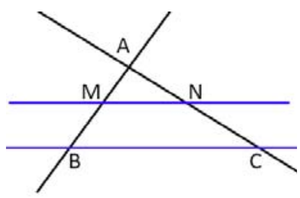
Définition : b, d et f sont trois nombres différents de 0.
Si le tableau

a	c	e
b	d	f

est un tableau de proportionnalité, alors on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

3) Enoncé du théorème de Thalès



Propriété : si ABC et AMN sont deux triangles tels que M ∈ [AB], N ∈ [AN] et (MN) // (BC), alors on a l'égalité :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

Remarque 1 : A est le sommet commun aux deux triangles ABC et AMN.

$$\frac{\mathbf{A}M}{\mathbf{A}B} = \frac{\mathbf{A}N}{\mathbf{A}C} = \frac{MN}{BC}$$

➤ ***Remarque 2*** : $\frac{\text{AM}}{\text{AB}} = \frac{\text{AN}}{\text{AC}} = \frac{\text{MN}}{\text{BC}}$ car nous avons le tableau de proportionnalité suivant :

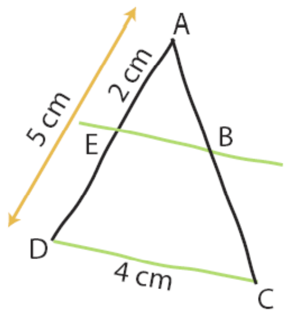
Longueurs des côtés de AMN	AM	AN	MN
Longueurs des côtés de ABC	AB	AC	BC

➤ ***Remarque 3*** : les longueurs étant proportionnelles, nous pouvons aussi écrire :

$$\frac{\text{AB}}{\text{AM}} = \frac{\text{AC}}{\text{AN}} = \frac{\text{BC}}{\text{MN}}$$

➤ ***Application*** : calcul d'une longueur.

On considère la figure ci-contre. L'objectif est de calculer la longueur EB.



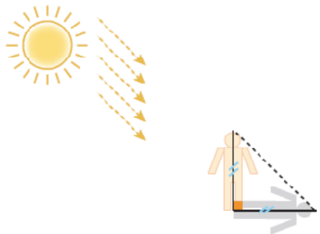
E ∈ [AD]
B ∈ [AC]
(EB) // (DC)

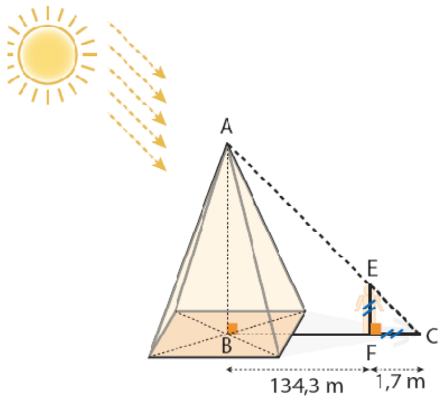
Dans le triangle ADC : • E ∈ [AD) • B ∈ [AC) • (EB) // (DC)	*Je commence par écrire les données qui permettent d'appliquer le théorème de Thalès.*
D'après le théorème de Thalès, nous avons : $\frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC} = \frac{EB}{DC}$	*J'annonce que j'applique le théorème de Thalès. J'écris les égalités de quotient. Pour cela je repère sur la figure le petit triangle et le grand triangle dont les longueurs des côtés correspondants sont proportionnelles : ici AEB et ADC.*
$\frac{2}{5} = \frac{AB}{AC} = \frac{EB}{4}$	*J'écris les égalités de longueurs en indiquant toutes les longueurs connues sous forme numérique.*
$\frac{2}{5} = \frac{EB}{4}$	*J'isole le quotient qui contient la longueur que je veux calculer et un quotient de nombres.*
$2 \times 4 = EB \times 5$	*Si deux quotients sont égaux, alors les produits en croix sont égaux.*
$8 = EB \times 5$ $EB = \frac{8}{5} = 1{,}6$	*EB est le nombre qui multiplié par 5 donne 8.*
La longueur EB mesure 1,6 cm.	*Je conclus.*

Histoire

Il y a longtemps, à peu près en 600 avant J.C., un homme appelé Thalès de Milet a réussi à mesurer la hauteur d'une pyramide (celle de Kheops), ce qui était très difficile. Pour cela, il a juste utilisé… son ombre et sa tête !

Il est parti du principe simple qu'à un certain moment de la journée, la longueur de son ombre était égale à sa taille.





Lorsque le moment est arrivé, Thalès s'est placé de façon que le haut de son ombre coïncide avec le haut de l'ombre de la pyramide. Il a ensuite mesuré sa distance à la pyramide, et sa distance au haut de son ombre.

Il a dit alors : « À cet instant précis, la hauteur de cette pyramide est égale à la longueur de son ombre, je sais donc que cette pyramide mesure environ 136 m ! ».

Peux-tu expliquer le raisonnement de Thalès ?