I- SIMPLIFICATION DE FRACTION

- **Activité 1** : quotient égaux.

- On rappelle que le quotient de deux nombres ne change pas si on multiplie le numérateur ET le dénominateur par un même nombre (non nul).

- **Propriété** (*admise*) : soit *a*, *b* et *k* des nombres relatifs tels que $b \neq 0$ et $k \neq 0$, on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

- **Définition** : simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale avec une écriture plus simple (des nombres « plus petits »). Pour cela, on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

- *Exemple 1* : simplifier les fractions suivantes : $\frac{10}{8}$; $\frac{28}{-32}$; $\frac{-20}{-35}$

$\rightarrow \frac{10}{8} = \frac{5 \times \cancel{2}}{4 \times \cancel{2}} = \frac{5}{2}$

$\rightarrow \frac{28}{-32} = -\frac{7 \times \cancel{4}}{8 \times \cancel{4}} = -\frac{7}{8}$

$\rightarrow \frac{-20}{-35} = \frac{20}{35} = \frac{4 \times \cancel{5}}{7 \times \cancel{5}} = \frac{4}{7}$

- *Exemple 2* : on veut comparer $\frac{5}{6}$ et $\frac{3}{4}$:
  - On écrit les fractions avec le même dénominateur : 12 est dans la table de 6 et de 4.
  - $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 2}{6 \times 2} = \frac{10}{12}$ et $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12}$
  - $\frac{10}{12} > \frac{9}{12}$
  - Donc : $\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$.

II- PRODUITS EN CROIX

- **Activité 2** : produit en croix.

- **Propriété** : soit *a*, *b*, *c* et *d* des nombres quelconques tels que b et d soient non nuls

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = b \times c$.

Propriété réciproque : soit a, b, c et d des nombres quelconques tels que b et d soient non nuls.

Si a x d = b x c, alors : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

➤ ***Démonstration*** :

→ ***Outil utilisé*** :

- **Définition** : soit a et b deux nombres tels que $b \neq 0$. Le quotient $\frac{a}{b}$ est le nombre (unique) dont le produit par b est égal à a.

→ ***Démonstration de la propriété*** :

- On suppose que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et on pose $q = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.
  Alors $q \times b = a$ et $q \times d = c$ (voir définition plus haut).
  Donc : $q \times b \times d = (q \times b) \times d = (q \times d) \times b$, donc $\boldsymbol{a \times d = c \times b}$ → *c.q.f.d.*

→ ***Démonstration de la réciproque*** :

- On suppose que $a \times d = b \times c$.
  Alors $a \times d \times \frac{1}{bd} = c \times b \times \frac{1}{bd}$, c'est-à-dire $\frac{ad}{bd} = \frac{cb}{bd}$ soit $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ → *c.q.f.d.*

➤ ***Remarque*** : pourquoi produits en croix ?

$$\frac{a}{b} \quad \frac{c}{d}$$

Une **croix** (représenté ci-dessus avec des flèches) permet « d'associer » les facteurs du **produit** : ad = bc

➤ *Exemple d'utilisation* : trouver un nombre inconnu

On cherche le nombre y tel que : $\frac{5}{8} = \frac{30}{y}$

En utilisant les produits en croix, on obtient : 5 x y = 8 x 30

5 x y = 240

y = $\frac{240}{5}$ = 48

III- Produit de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire

Propriété (*admise*) : soit a, b, c et d quatre nombres relatifs tels que b et d soient non nuls, on a :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

➤ *Exemples* :

$A = \frac{3}{-4} \times \frac{5}{2} = \frac{3 \times 5}{(-4) \times 2} = \frac{15}{-8}$ $B = \frac{-7}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{(-7) \times 4}{3 \times 5} = \frac{-28}{15}$

➤ *Méthode* :

Calculer $\frac{-4}{3} \times \frac{-9}{-14}$

$A = -\frac{4 \times 9}{3 \times 14}$ | *Je commence par déterminer le signe du résultat.* *A est le produit d'un nombre négatif par un nombre positif, d'où A est négatif.*

$A = -\frac{\overbrace{2 \times 2}^{4} \times \overbrace{3 \times 3}^{9}}{3 \times \underbrace{2 \times 7}_{14}}$ | *Avant de calculer les produits 4 × 9 et 3 × 14, j'essaie de décomposer ces nombres en produits pour essayer de simplifier la fraction.*

$A = -\frac{2 \times 3}{7}$ | *Une fois que je ne peux plus simplifier la fraction, j'effectue 2 × 3.*

$A = -\frac{6}{7}$ | *Je donne le résultat.*

IV- Quotient de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire

1. Inverse

➧ ***Définition*** : soit y un nombre non nul. On appelle inverse du nombre y le nombre par lequel il faut multiplier y pour obtenir 1.

Exemples :
5 × 0,2 = 1 donc 5 et 0,2 sont inverses.
(– 8) × (– 0,125) = 1 donc – 8 et – 0,125 sont inverses.

➧ ***Propriété*** : soit x un nombre non nul quelconques. L'inverse de x est le nombre $\frac{1}{x}$.

Exemple :
$\frac{1}{7}$ est par définition le nombre qui multiplié par 7 donne 1, c'est donc l'inverse de 7.
On a aussi : 7 est l'inverse de $\frac{1}{7}$.

➡ ***Propriété*** : soit a et b deux nombres non nuls quelconques. Alors l'inverse du nombre $\frac{a}{b}$ est le nombre $\frac{b}{a}$.

➤ ***Démonstration*** :

→ ***Outil utilisé*** :

- **Définition** : soit y un nombre non nul. On appelle inverse du nombre y le nombre par lequel il faut multiplier y pour obtenir 1.
- **Propriété** : soit a, b, c et d quatre nombres quelconques tels que b ≠ 0 et c ≠0. Alors $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

→ ***Démonstration*** :

- Soit a et b deux nombres non nuls.
  Alors $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba}$ (propriété ci-dessus).
  $\frac{ab}{ba} = \frac{ab}{ab} = 1$ donc l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ (voir définition plus haut).

➤ ***EXEMPLE*** : quel est l'inverse de $\frac{3}{2}$?

- C'est $\frac{2}{3}$.
- Vérification : $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$.