

Exercice 1 :**/ 6 pts**

Voici une liste de nombres :

$$\frac{4}{3} ; -\frac{48}{6} ; 25\pi ; 0,3 ; -\frac{1}{4} ; 10^5 ; -\frac{5}{2} ; 7 ; \frac{5}{11} ; \frac{27}{100} ; 10^{-2} ; \frac{\pi}{4}$$

Reproduire la figure ci-contre, puis, y positionner chacun de ces nombres.

**Exercice 2 : les nombres « parfaits »****/ 7 pts**

Les Grecs anciens considéraient que le **nombre 6 était parfait** car il avait plusieurs propriétés spéciales. Par exemple, la longueur du pied ou de l'avant-bras d'un être humain est un sixième de sa hauteur totale. D'un point de vue mathématique, le nombre 6 a une autre propriété rare : les diviseurs de 6, autres que 6, sont 1, 2 et 3 et $1 + 2 + 3 = 6$. On qualifie de « **parfait** » tout nombre entier positif égal à la **somme de ses diviseurs excepté lui-même**. Les quatre premiers nombres parfaits ont été donnés par Euclide dans ses *Éléments* : 6, 28, 496, 8 128. Le cinquième nombre parfait, 33 550 336, a été trouvé dans un manuscrit datant de 1456. Les sixième et septième nombres parfaits ont été trouvés en 1588 par le mathématicien italien Pietro Cataldi. Le dernier en date a été trouvé le 12 avril 2009 dans le cadre du projet de calcul partagé GIMPS. En février 2012, on ne connaissait que 47 nombres parfaits, tous pairs, sans savoir s'il y en avait un nombre infini, ni s'il existait des nombres parfaits impairs.



- 1) Montrer que les nombres 28 et 496 sont des nombres parfaits.
- 2) Calculer la somme des inverses de tous les diviseurs du nombre parfait 6 (6 compris). Faire de même pour les nombres parfaits 28 et 496.
- 3) Quelle conjecture peut-on émettre ?

Exercice 3 : nombres pairs et impairs**/ 6 pts**

Rappel : un nombre pair s'écrit sous la forme $2 \times n$, un nombre impair s'écrit sous la forme $2 \times n + 1$, avec n un nombre entier.

- 1) Prenez au hasard quelques nombres pairs et quelques nombres impairs, et montrez qu'ils peuvent s'écrire sous l'une des formes ci-dessus.
- 2) Calculez les carrés de 2, de 4, de 6, de 20, de 128. Quelle conjecture pouvez-vous émettre ?
- 3) Recopiez et complétez : $2n \times 2n = \dots n^2 = 2 \times \dots$. Conclure.
- 4) Calculez les carrés de 3, de 5, de 9, de 23, de 137. Quelle conjecture pouvez-vous émettre ?
- 5) Recopiez et complétez : $(2n + 1) \times (2n + 1) = \dots n^2 + \dots + \dots = 2 \times (\dots + \dots) + 1$. Conclure.
- 6) Recopiez et complétez la phrase suivante : « Nous venons de prouver que :
 - Le carré d'un nombre est
 - Le carré d'un nombre est