

I- SYNTHESE SUR LA PROPORTIONNALITE

1) Définition

➡ **Définition** : deux grandeurs sont **proportionnelles** lorsque les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre toujours par un même **nombre**. Ce nombre est appelé **coefficient de proportionnalité**.

➤ **Exemple** : le prix du litre de gazole à la station est de 1,458 €. Calculer le prix à payer pour l'achat de 45 L de gazole.

2) Méthodes de calcul en situation de proportionnalité

➤ **Exemple** : sur une carte, 7 cm représentent 100 km. Noter trois façons de calculer la distance représentée par 9 cm, arrondie au km.

○ Avec la « règle de trois » : pour 7 cm, on 100 km. Donc pour 1 cm, on a 7 fois moins, soit $\frac{100}{7}$ km. Ainsi pour 9 cm, on a 9 fois plus, soit $\frac{100 \times 9}{7}$ km. Donc 9 cm représentent environ 129 km.

○ Avec un **tableau de proportionnalité** :

Distance...		
Sur la carte, en cm	7	9
En réalité, en km	100	x

$\xrightarrow{\times \frac{9}{7}}$ (sur la ligne 2) $\xleftarrow{\times \frac{100}{7}}$ (sur la ligne 3)

$$x = 9 \times \frac{100}{7} \approx 129$$

○ Avec l'égalité des **produits en croix** : $7 \leftrightarrow 100$

$$9 \leftrightarrow x$$

Ainsi : $7x = 9 \times 100$

$$x = \frac{900}{7} \approx 129$$

II- FONCTION LINÉAIRE

1) Définition

- ➡ **Définition** : a est un nombre relatif donné. Une fonction linéaire de coefficient a est la fonction qui, à un nombre, associe le produit de ce nombre par a .

On note $f : x \mapsto ax$ ou $f(x) = ax$.

- **Exemple** : On considère la fonction $f : x \mapsto -6x$.
L'image du nombre x par la fonction f est le produit de x par -6 , la fonction f est linéaire de coefficient -6 .
- **Contre-exemple** : On considère la fonction $g : x \mapsto 2x^2$. g n'est pas une fonction linéaire, car nous avons x^2 et non pas x .
- **Remarque** : f est une fonction linéaire de coefficient a , on a $f(0) = 0$ et $f(1) = a$.

2) Antécédent par une fonction linéaire

Problème : Un nombre peut-il n'avoir aucun antécédent, ou avoir deux antécédents ou plus, par une fonction linéaire ?

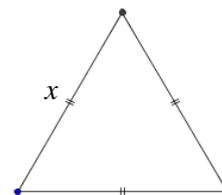
- ➡ **Propriété (admise)** : f est une fonction linéaire de coefficient a avec $a \neq 0$.
Par cette fonction linéaire, tout nombre admet un et un seul antécédent.

- **Exemple** : on considère la fonction $f : x \mapsto 8x$
On cherche x tel que $f(x) = -16$, c'est-à-dire $8x = -16$
 $8x = -16 \quad x = -2$ L'antécédent de -16 par la fonction f est -2

3) Fonction linéaire et situation de proportionnalité

A toute situation de proportionnalité, on peut associer une fonction linéaire. On dit que cette fonction linéaire modélise la situation de proportionnalité.

- **Exemple** : la fonction linéaire p définie par $p(x) = 3x$ permet de modéliser le périmètre en cm d'un triangle équilatéral de côté x en cm. L'égalité $p(7) = 21$ signifie, pour cette situation, qu'un triangle équilatéral de côté 7 cm a pour périmètre 21 cm.



4) Fonction linéaire et pourcentage (exemples)

Exemple	<i>Prendre 5% de x</i>	<i>Augmenter x de 5%</i>	<i>Diminuer x de 5%</i>
Expression littérale	$\frac{5}{100}x = 0,05x$	$x + \frac{5}{100}x = \left(1 + \frac{5}{100}\right)x = 1,05x$	$x - \frac{5}{100}x = \left(1 - \frac{5}{100}\right)x = 0,95x$
Fonction linéaire	$x \mapsto 0,05x$	$x \mapsto 1,05x$	$x \mapsto 0,95x$
Conclusion	<i>Prendre 5% de x, c'est multiplier x par 0,05</i>	<i>Augmenter x de 5%, c'est multiplier x par 1,05</i>	<i>Diminuer x de 5%, c'est multiplier x par 0,95.</i>

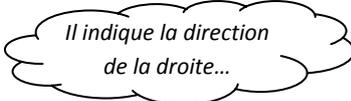
- **Exemple** : le prix de départ d'un produit est de 20 €. Quel est son prix après une augmentation de 15% ?
 $p = 1,15 \times 20 = 23 \text{ €}$.

Applications : exercices n°28 p. 150 ; 31 et 36 p. 151 ; 41, 42 et 44 p. 152 ; 59 et 62 p. 153.

III- REPRESENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION LINÉAIRE

1) Définition et propriétés

- **Définition** : soit la fonction linéaire f telle que $f(x) = ax$. Dans un repère, on appelle courbe représentative de f , l'ensemble des points de coordonnées $(x ; ax)$.

 - **Propriété (admise)** : la représentation graphique d'une fonction linéaire de coefficient a dans un repère est une droite (d) qui passe par l'origine du repère. Le nombre a est appelé le **coefficient directeur de la droite (d)**.
- 
- **Remarque** : il suffit pour construire la représentation graphique d'une fonction linéaire de connaître l'image d'un nombre non nul par cette fonction (en effet, il faut deux points pour tracer une droite et la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine).

 - **Propriété (admise)** : toute droite passant par l'origine d'un repère et non confondue avec l'axe des ordonnées est la représentation graphique d'une fonction linéaire.

➡ **Propriété (admise)** : si un point de coordonnées (x, y) est tel que : $y = ax$, alors il se trouve sur la représentation graphique de la fonction linéaire de coefficient a .

➤ **Exemples** : (d) est la représentation graphique de la fonction linéaire $x \mapsto 4x$ dans un repère.

- Pour $x = -2$, $y = 4 \times (-2) = -8$. Donc le point B(-2 ; -8) appartient à la droite (d).
- Le point C(10,5 ; 41) appartient-il à la droite (d) ?
Non, car pour $x = 10,5$, on a : $4x = 4 \times 10,5 = 42$ et $42 \neq 41$, qui l'ordonnée de C.

2) Influence du coefficient directeur

